6К

УДК 519.16

В.М. Курейчик, А.А. Кажаров
Технологический институт Южного федерального университета, г. Таганрог, Россия
persianland1987@gmail.com, kur@tsure.ru

Использование пчелиных алгоритмов для решения комбинаторных задач

Работа посвящена решению задачи разбиения графа. Рассмотрены 5 алгоритмов: итерационный, эволюционный, генетический, муравьиный и пчелиный. Разработана программа на ЭВМ, реализующая описанные модели биоинспирированных алгоритмов. Экспериментальные исследования доказали эффективность пчелиного алгоритма по сравнению с другими алгоритмами.

Введение

В работе рассматривается общий подход к решению некоторых комбинаторных задач на основе пчелиных алгоритмов, относящийся к классу биоинспирированных [1]. Данный класс алгоритмов разрабатывался в рамках научного направления, которое можно назвать «природные вычисления». В основе идеи этих алгоритмов лежит моделирование биологических процессов, роевого интеллекта [2].

В ходе проделанной работы были реализованы и исследованы следующие алгоритмы:

1. Микроэволюционный [3].
2. Эволюционный [3].
3. Генетический [4].
4. Муравьиный [2].
5. Пчелиный [5].

В работе проведены исследования и экспериментальные результаты сравнения работ предложенных алгоритмов на примере задачи разбиения графа. Поскольку в алгоритме не использовались специфические данные о задаче, то предложенный его можно применять и для других комбинаторных задач, в т.ч. и для задачи коммивояжера.

Постановка задачи разбиения графа

Проблема разбиения графов возникает во многих научно-технических задачах, решение которых можно частично или полностью свести к решению на графовых структурах. К классу таких задач традиционно относят задачи математической физики на неструктурированных сетках, проблему балансирования загрузки распределенных вычислительных систем, проблему девиртуализации решения задачи на реальной параллельной ЭВМ и другие. Как правило, целью разбиения является получение независимых подмножеств вершин исходного графа с минимальным количеством связей между этими подмножествами. Формально это можно записать следующим образом:

Мы имеем граф $G = (V,E)$, где V – это множество вершин графа, а E – множество его ребер. Количество вершин $|V|$ равно n. Необходимо получить такое разбиение графа на p частей $V_1,V_2,...,V_p$, чтобы для всех пар i, j = 1, 2,…, p и $i \neq j$ выполнялись следующие условия:

$$V_i \cap V_j = \varnothing$$

$$V_1 \cup V_2 \cup ... \cup V_p = V .$$

Критерий – суммарное число связей между подграфами. Цель – минимизация критерия. Существуют различные приближенные методы решения этой задачи. Один из них – генетический алгоритм.

Общие положения генетического алгоритма

Генетические алгоритмы (ГА) – адаптивные методы поиска, которые в последнее время часто используются для решения задач функциональной оптимизации. Они основаны на генетических процессах биологических организмов: биологические популяции развиваются в течение нескольких поколений, подчиняясь законам естественного отбора и по принципу «выживает наиболее приспособленный» (survival of the fittest), открытому Чарльзом Дарвином. Подражая этому процессу, генетические алгоритмы способны «развивать» решения реальных задач, если те соответствующим образом закодированы [6].

Основные принципы ГА были сформулированы Холландом (Holland, 1975), и хорошо описаны во многих работах [7]. В отличие от эволюции, происходящей в природе, ГА только моделируют те процессы в популяциях, которые являются существенными для развития.

ГА используют прямую аналогию с механизмом, полностью имитирующим процессы, происходящие в живой природе. Они работают с совокупностью «особей» – популяцией, каждая из которых представляет возможное решение данной проблемы. Каждая особь оценивается мерой ее «приспособленности» согласно тому, насколько «хорошо» соответствующее ей решение задачи. Например, мерой приспособленности могло бы быть отношение силы/веса для данного проекта моста. (В природе это эквивалентно оценке того, насколько эффективен организм при конкуренции за ресурсы). Наиболее приспособленные особи получают возможность «воспроизводить» потомство с помощью «перекрестного скрещивания» с другими особями популяции. Это приводит к появлению новых особей, которые сочетают в себе некоторые характеристики, наследуемые ими от родителей. Наименее приспособленные особи с меньшей вероятностью смогут воспроизвести потомков так, что те свойства, которыми они обладали, будут постепенно исчезать из популяции в процессе эволюции [5].

Генетический алгоритм для решения задачи разбиения графа

Определим алгоритм кодировки и декодировки хромосомы. Кодировка решения происходит следующим образом: имеется вектор длиной H, где $|H|$ – количество вершин графа, $H_i = 1,2,\ldots,n$. Тогда первые $|V_1|$ ген характеризуют содержание первого подграфа, а следующие $|V_2|$ ген – второго подграфа и т.д., как показано на рис. 1.

аллель i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ген H_i	5	2	3	1	8	9	4	7	6
подграфы	V_1			V_2			V_3		

Рисунок 1 – Кодировка хромосомы

Начальная популяция решений создается на основе стратегии «дробовика», т.е. случайной генерацией. Оператор мутации работает на основе случайного обмена позициями двух генов. Такая операция не нарушает условий. Опишем пример действия простого обмена. Исходное решение:

ген H_i	1	**3**	2	7	**8**	5	4	6
аллель i	1	**2**	3	4	**5**	6	7	8

Решение после перестановки (переставлены значения 2 и 5 позиции):

ген H_i	1	**8**	2	7	**3**	5	4	6
аллель i	1	**2**	3	4	**5**	6	7	8

Во избежание нереальных решений используется упорядочивающий кроссинговер. Оператор редукции основан на элитном отборе – в популяции решений остаются хромосомы с лучшими целевыми функциями (ЦФ). Структурная схема работы ГА отображена на рис. 2.

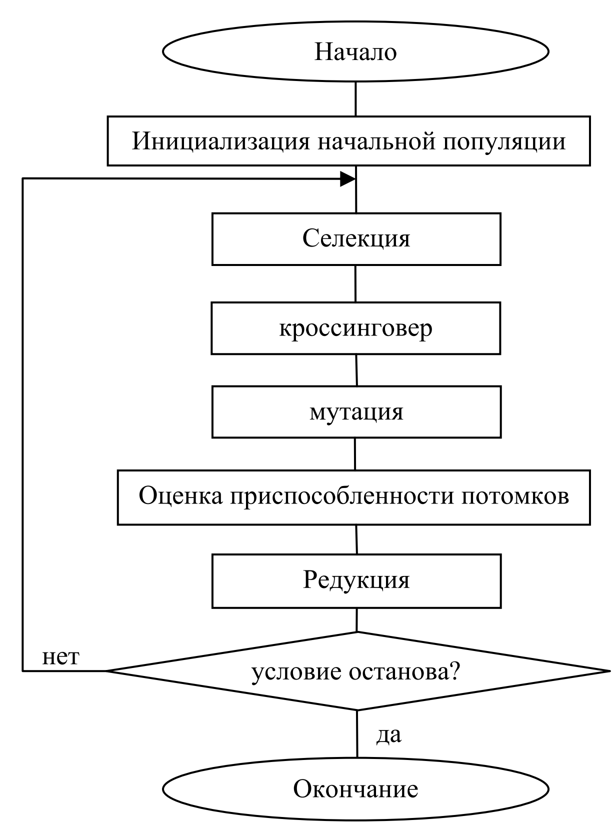


Рисунок 2 – Структурная схема работы ГА

Временная сложность генетического алгоритма для данной задачи представляет следующую зависимость – $O(n^2)$, где n – число вершин.

Общие положения муравьиного алгоритма

Основной идеей алгоритма является моделирование поведения муравьев. Колония представляет собой систему с простыми правилами автономного поведения особей. Однако, несмотря на примитивность поведения каждого отдельного муравья, поведение всей колонии оказывается достаточно разумным [8]. Таким образом, основой поведения муравьиной колонии служит низкоуровневое взаимодействие, благодаря которому, в целом, колония представляет собой разумную многоагентную систему. Взаимодействие определяется через специальное химическое вещество – феромон, откладываемое муравьями на пройденном пути. При выборе направления движения муравей исходит не только из желания пройти кратчайший путь, но и из опыта других муравьев, информацию о котором получает непосредственно через уровень концентрации феромонов на каждом пути. Итак, концентрация феромонов определяет желание особи выбрать тот

или иной путь. Однако при таком подходе неизбежно попадание в локальный оптимум. Эта проблема решается благодаря испарению феромонов, которое является отрицательной обратной связью [9], [10].

Муравьиный алгоритм для решения задачи разбиения графа

Для начала определим свойства муравья.

1. Каждый муравей обладает собственной «памятью», в которой будет храниться список вершин $J_{i,k}$, которые необходимо посетить муравью k, который находится в вершине i.

2. Муравьи обладают «зрением», прямо пропорциональным количеству внутренних связей в подграфе η_{ij}, где i – номер вершины, в котором находится муравей; j – номер подграфа, которому принадлежит вершина i.

3. Каждый муравей способен улавливать след феромона, который будет влиять на вероятность выбора следующей вершины. Уровень феромона в момент времени t на ребре D_{ij} будет соответствовать $\tau_{ij}(t)$.

4. Вероятность перехода муравья из вершины i в вершину j подграфа v будет определяться следующим соотношением:

$$\begin{cases} P_{ij,k}(t) = \dfrac{\left[\tau_{ij}(t)\right]^{\alpha} \cdot \left[\eta_{jv}(t)\right]^{\beta}}{\sum\limits_{l \in J_{i,k}} \left[\tau_{ij}(t)\right]^{\alpha} \cdot \left[\eta_{jv}(t)\right]^{\beta}}, j \in J_{i,k}, \\ P_{ij,k}(t) = 0, j \notin J_{i,k} \end{cases} \quad (1)$$

где α, β – параметры, задающие веса следа феромона, коэффициенты эвристики. Выражение (1) является математической моделью «колеса рулетки». На рис. 2 отображен пример «колеса рулетки» при выборе ребра из вершины 1.

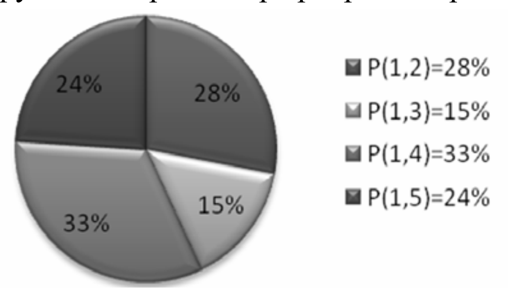


Рисунок 3 – Выбор ребра

Количество феромонов, откладываемое муравьем на ребре (i, j), задается в следующем виде:

$$\Delta\tau_{ij,k}(t) = \begin{cases} \dfrac{Q}{L_k(t)}, (i,j) \in T_k(t) \\ 0, (i,j) \notin T_k(t) \end{cases}, \quad (2)$$

где Q – параметр, имеющий значение порядка длины оптимального пути, $L_k(t)$ – длина маршрута $T_k(t)$.

Испарение феромона определяется следующим выражением [11], [12]:

$$\tau_{ij}(t+1) = (1-p) \times \tau_{ij}(t) + \sum_{k=1}^{m} \Delta\tau_{ij,k}(t), \quad (3)$$

где m – количество муравьев, p – коэффициент испарения.

В рассматриваемом муравьином алгоритме все агенты изначально располагаются в случайно выбранных вершинах. Временная сложность алгоритма – $O(n^3)$, где t – количество итераций, m – количество муравьев, n – число вершин.

Пчелиный алгоритм

Данный алгоритм моделирует поведение пчел в естественной среде. Идея пчелиного алгоритма заключается в том, что все пчёлы на каждом шаге будут выбирать как элитные участки для исследования, так и участки в окрестности элитных, что позволит, во-первых, разнообразить популяцию решений на последующих итерациях, во-вторых, увеличить вероятность обнаружения близких к оптимальным решений [5]. Приведем основные понятия пчелиного алгоритма:

1. Источник нектара (цветок, участок).
2. Фуражиры (рабочие пчелы).
3. Пчелы-разведчики.

Источник нектара характеризуется значимостью, определяемой различными параметрами. Фуражиры закреплены за источниками нектара. Количество всех пчел в этих участках больше, чем на остальных. Среднее количество разведчиков в рое составляет 5 – 10%. Вернувшись в улей, пчелы обмениваются информацией посредством танцев на так называемой закрытой площадке для танцев [2].

Пусть решение представляет собой, как и в ГА, вектор H. Областью поиска нектара для пчел будет являться пространство поиска решений, размерностью $n!$ (количество всех возможных перестановок вектора H). Расположение источника нектара характеризуется конкретной перестановкой H, решением. Таким образом, координатами источника является решение H. Количество нектара на источнике обратно пропорционально ЦФ. Участок имеет размеры, где размер – количество решений, «близких» к H. Близость между векторами определяется значением расстояния Хемминга между ними. К примеру, решения {5,2,7,3,4,1,6} и {5,4,7,3,2,1,6} являются «близкими», т.е. в пространстве поиска они располагаются рядом, находятся на одном «участке».

Приведём словесное описание алгоритма пчёл.

1. Генерация участков для поиска нектара.
2. Оценка полезности участков.
3. Выбор участков для поиска в их окрестности.
4. Отправка фуражиров.
5. Поиск в окрестностях источников нектара.
6. Отправка пчёл-разведчиков.
7. Случайный поиск.
8. Оценка полезности новых участков.
9. Если условие останова не выполняется, то п. 2.
10. Конец работы алгоритма.

Таким образом, ключевой операцией алгоритма пчёл является совместное исследование перспективных областей и их окрестностей. В конце работы алгоритма популяция решений будет состоять из двух частей: пчёлы с лучшими значениями ЦФ элитных участков, а также группы рабочих пчёл со случайными значениями ЦФ. Зависимость временной сложности пчелиного алгоритма от числа вершин – $O(n^2)$.

Экспериментальные исследования

Экспериментальные исследования проводились на различных графах, размерность которых варьировала от 10 до 1000. Все рассматриваемые графы являются полными связными. Для проведения исследований была создана программа на ЭВМ. Основные характеристики ЭВМ, на которой производились эксперименты:

– процессор – AMD Turion, 1,6 ГГц;
– ОЗУ – 768 Мб.

В главном окне программы отображаются: значения лучших ЦФ итерационного, эволюционного, генетического и пчелиного алгоритмов, графики зависимостей ЦФ от времени, рисунок разбиения и внешние связи. На рис. 4 приведены полученные решения различными алгоритмами. Здесь показано разбиение графа из 100 вершин на 5 подграфов, каждый из которых мощностью 20 вершин. Также отображены внешние связи между подграфами. На графике видно, что пчелиный алгоритм показал наилучший результат. В порядке уменьшения качества решений имеем следующий список:

1. Пчелиный.
2. Муравьиный.
3. Генетический.
4. Эволюционный.
5. Итерационный.

Экспериментальные результаты работ алгоритмов приведены в табл. 1.

Таблица 1 – Результаты работ алгоритмов

Алгоритм	Целевая функция
Итерационный	822
Эволюционный	804
Генетический	765
Муравьиный	694
Пчелиный	690

Для каждого алгоритма в данном эксперименте условием останова является 10 с.

Выводы

В ходе проделанной работы была создана программа на ЭВМ, реализующая описанные алгоритмы. Экспериментальные исследования показали эффективность применения алгоритмов роевого интеллекта – муравьиный и пчелиный. Предложенная кодировка решения для пчелиного алгоритма оказалась эффективной. На рис. 4 изображен пример работы алгоритмов для графа размерностью в 100 вершин.

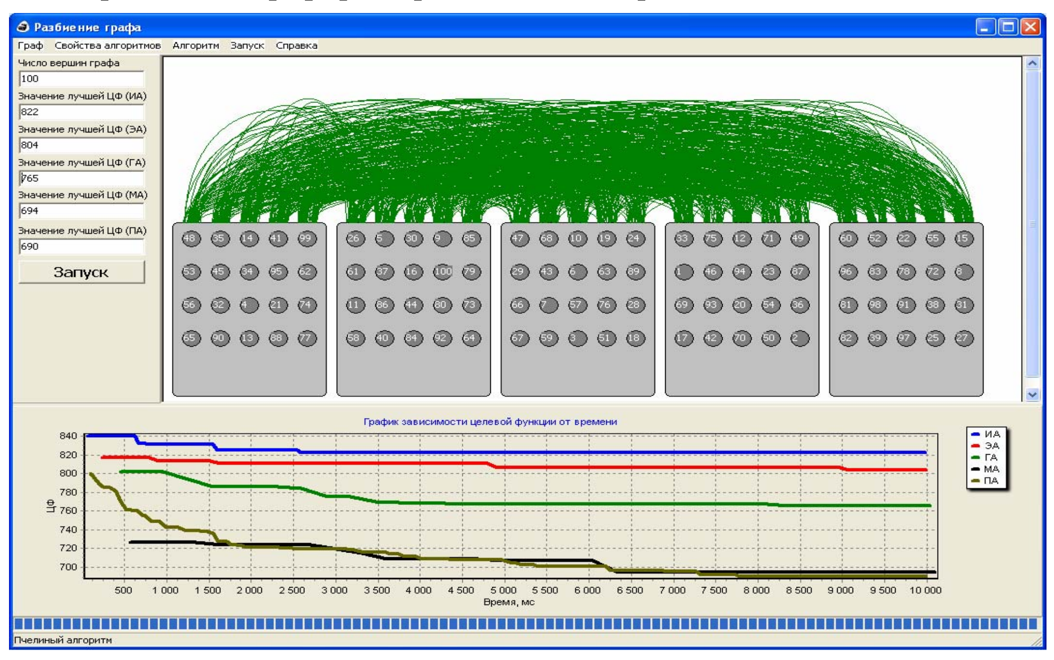


Рисунок 4 – Тест с 100 вершинами

В программе показывается результат разбиения в виде рисунка, где в блоках – подграфы, содержащие вершины, а линии связи – внешние связи. Здесь также отображаются графики работ алгоритмов.

Для графов с размерностью до 100 вершин «хорошее» решение находится менее чем за 10 с. Метод пчелиных колоний лучше остальных продемонстрировал способность выходить из локальных оптимумов за счет использования случайного поиска. С увеличением числа вершин преимущество пчелиного алгоритма перед вышеперечисленными в плане качества решения увеличивается. При малых размерностях задачи (до 80 вершин) муравьиный алгоритм показывает лучшие решения. Это связано с применением эвристики. Применение эвристики дает отрицательный эффект для больших графов, так как зависимость временной сложности муравьиного алгоритма от числа вершин выражается кубической зависимостью – n^3. При решении задачи коммивояжера лучше метода пчелиных колоний выглядели модифицированный муравьиный алгоритм [13], [14] и генетический алгоритм с модифицированным оператором кроссинговера [15].

Перспективным улучшением данного алгоритма является:

1. Применение эвристик.
2. Направленное движение пчел в поиске лучших источников нектара.
3. Реализация нечеткого логического контроллера для динамического управления параметрами пчелиного алгоритма.
4. Гибридизация алгоритма.

Литература

1. Курейчик В.В. Концепция эволюционных вычислений инспирированных природными вычислениями / В.В. Курейчик, В.М. Курейчик, С.И. Родзин // Известия ЮФУ. Технические науки. Тематический выпуск «Интеллектуальные САПР». – Таганрог : Изд-во ТТИ ЮФУ, 2009. – № 4(93) – 256 с.
2. Олейник Ан.А. Часть III. Интеллектуальные мультиагентные методы / Ан.А. Олейник, Ал.А. Олейник, С.А. Субботин.
3. Курейчик В.В. Эволюционные методы решения оптимизационных задач / Курейчик В.В. ; [монография]. – Таганрог : Изд-во ТРТУ, 1999.
4. Гладков Л.А. Генетические алгоритмы / Гладков Л.А., Курейчик В.В., Курейчик В.М. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2006.
5. Курейчик В.В. Эволюционная оптимизация на основе алгоритма колонии пчёл / В.В. Курейчик, Е.Е. Полупанова. – 2009.
6. Goldberg David E. Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning / Goldberg David E. – Addison-Wesley Publishing Company, 1989.
7. Holland John H. Adaptation in natural an artificial systems / Holland John H. // The MIT Press edition. – Massachusetts, London, England, 1992.
8. МакКоннелл Дж. Основы современных алгоритмов / МакКоннелл Дж. – М. : Техносфера, 2004.
9. Штовба С.Д. Муравьиные алгоритмы / С.Д. Штовба. – 2003.
10. Кажаров А.А. Модификации муравьиного алгоритма для решения задачи коммивояжера / А.А. Кажаров, В.М. Курейчик // Труды Международной научно-технической конференции «Интеллектуальные системы» AIS'08. – М : Изд-во ФИЗМАТЛИТ.
11. Bonavear F. Swarm Intelligence: from Natural to Artificial Systems / F. Bonavear, M. Dorigo. – Oxford university Press, 1999.
12. Corne D. New Ideas in Optimization / Corne D., Dorigo M., Glover F . – McGrav-Hill, 1999.
13. Кажаров А.А. Муравьиные алгоритмы для решения транспортных задач. Теория и системы управления / А.А. Кажаров, В.М. Курейчик. – М : Наука, 2010.
14. Кажаров А.А. О некоторых модификациях муравьиного алгоритма / А.А. Кажаров, В.М. Курейчик // Известия ЮФУ. Технические науки. Тематический выпуск «Интеллектуальные САПР». – Таганрог : Изд-во ТТИ ЮФУ, 2008. – № 4(81). – 268 с.
15. Kureichick V.M. Some New Features in Genetic Solution of the TSP / V.M. Kureichick, V.V. Miagkikh // Proc. Second Internat. Conf. UK. – Plymouth : University of Plymouth, 1996. – P. 294-296.

V.M. Kureichik, A.A. Kazharov

Use of Bee Algorithms for Combinatorial Problems Solution

This paper is devoted to the solving of graph partition task. We consider five algorithms: iterative, evolutionary, genetic, ant colony and bee colony. A computer program was created during this work. This program realizes the described model of biologically inspired algorithms. Experimental researches have proved efficiency of the bee algorithm in comparison with other algorithms.

Статья поступила в редакцию 02.06.2010.